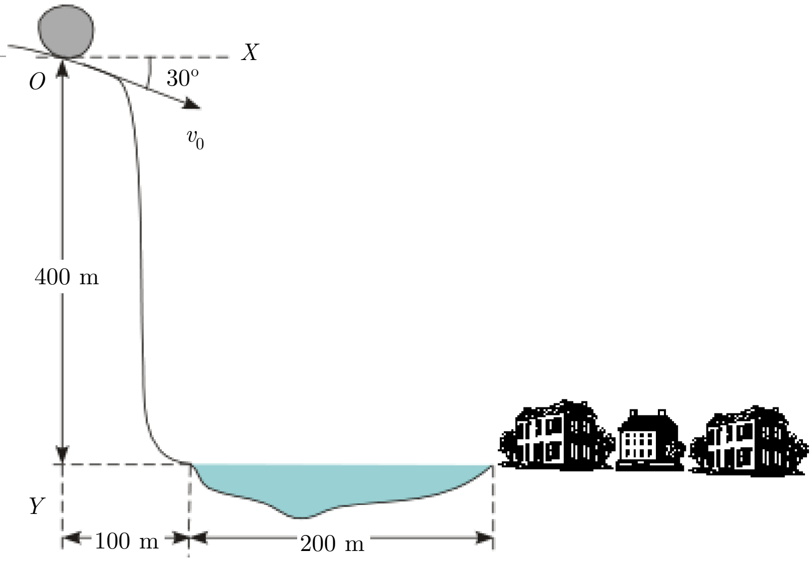
Contacto: aletos@telefonica.net

Una gran roca descansa sobre un barranco, a 400 m por encima de un pueblo, en una posición tal, que si rodase, saldría despedida con una velocidad de 50 m/s.

Al pie del barranco hay una laguna de 200 m. de diámetro con su borde a 100 m del borde del barranco. Las casas del pueblo están en el extremo opuesto de la laguna.

¿Donde caería el peñasco con respecto al pueblo?

Utilícese $g = 9{,}81$ m/s^2.



SOLUCIÓN:

Si tomamos como origen de coordenadas el punto en que se despega la roca del barranco, y como ejes OX y OY, respectivamente, la horizontal y vertical que pasan por dicho punto, las ecuaciones del movimiento son:

Eje OX

$$v_{ox} = v_0 \cos 30^o = 50 \cos 30^o \quad [1]$$

En esta dirección no actúa ninguna fuerza sobre la roca, si se desprecia la resistencia del aire. Por tanto, el movimiento es uniforme, y su velocidad y desplazamiento al cabo de un tiempo t son:

$$v_x = v_0 \cos 30^o = 50 \cos 30^o \quad [2]$$

$$x = v_0 t \cos 30^o = 50 t \cos 30^o \quad [3]$$

Eje OY

Como la componente vertical de la velocidad inicial está dirigida hacia abajo, y la gravedad actúa igualmente hacia abajo, conviene tomar este sentido como positivo para el eje OY.

De modo que el movimiento de la roca en esta dirección es uniformemente acelerado y sus ecuaciones son:

$$v_{oy} = v_0 \,\mathrm{sen}\, 30^o = 50 \,\mathrm{sen}\, 30^o \quad [4]$$

$$v_y = v_0 \,\mathrm{sen}\, 30^o + g t = 50 \,\mathrm{sen}\, 30^o + g t \quad [5]$$

$$y = v_0 t \,\mathrm{sen}\, 30^o + \frac{1}{2} g t^2 = 50 t \,\mathrm{sen}\, 30^o + \frac{1}{2} g t^2 \quad [6]$$

La manera de determinar el impacto de la roca es hallar la ecuación de su trayectoria y ver cuál es su desplazamiento horizontal cuando el vertical es de de 400 m.

Para ello, se elimina el tiempo entre las ecuaciones [3] y [6].

Despejando t de [3]:

$$t = \frac{x}{50 \cos 30^o} \approx 0{,}023 x \quad [7]$$

Sustituyendo [7] en [6]:

$$y = 50 t \,\mathrm{sen}\, 30^o + \frac{1}{2} g t^2 = 25 \times 0{,}023 x + \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times (0{,}023 x)^2 = 0{,}575 x + 2{,}595 \times 10^{-3} x^2 \quad [8]$$

Sustituyendo ahora, $y = 400$ m en la ecuación anterior, se obtiene la ecuación de segundo grado:

$$2{,}595 \times 10^{-3} x^2 + 0{,}575 x - 400 = 0 \quad [9]$$

cuyas soluciones son:

$$x = \frac{-0{,}575 \pm \sqrt{0{,}331 + 4{,}152}}{5{,}19 \times 10^{-3}} = \frac{-0{,}575 \pm 2{,}117}{5{,}19 \times 10^{-3}} = \begin{cases} 297{,}110 \text{ m} \\ -518{,}69 \text{ m} \end{cases}$$

Evidentemente, la solución válida es $x = 297{,}110$ m.

De modo que la distancia del punto del impacto al pueblo es: d = 300 - x = 300 – 297,11 = 2,89 m.